

01.

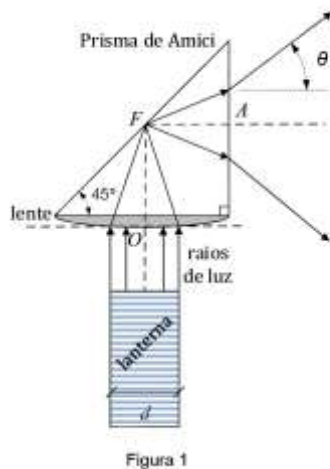


Figura 1

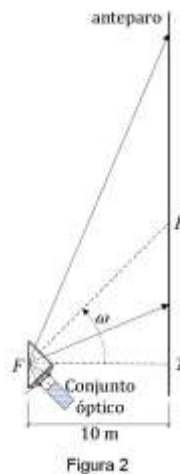


Figura 2

Um conjunto óptico é formado por uma lente convergente e um **prisma de Amici**, conforme mostra a Figura 1. O conjunto está totalmente integrado, sendo formado pelo mesmo vidro. A lente possui centro óptico O e foco F situado sobre a face-hipotenusa do prisma. Nesse prisma, os raios incidentes sobre a face-hipotenusa sofrem reflexão interna total. Uma lanterna cilíndrica muito potente, com potência óptica de $P = \pi\sqrt{3} \text{ W}$ e diâmetro $d = 10 \text{ cm}$, gera raios de luz paralelos ao eixo principal da lente. A lanterna está solidária ao sistema óptico e seus raios são focalizados pela lente e refletidos pelo prisma, até a sua face-cateto plana, saindo do prisma e projetando a luz sobre um anteparo plano alinhado verticalmente. Conforme mostra a Figura 2, no intervalo $0 \leq t < 12 \text{ s}$, todo o conjunto óptico começa a girar, a partir do instante em que P coincide com T , em velocidade angular constante $\omega = \pi/36 \text{ rad/s}$. Dessa forma, o contorno da luz projetada no anteparo passa a ser uma curva plana, conhecida na matemática.

Diante do exposto, determine:

- o ângulo de abertura θ do cone formado na saída do prisma, quando o índice de refração do conjunto óptico é o mínimo para que o feixe luminoso seja totalmente refletido na face-hipotenusa;
- a expressão da velocidade escalar $v(t)$ com que o ponto P (interseção do eixo do cone com o anteparo) desloca-se verticalmente ao longo do anteparo; e
- a densidade de potência, em W/m^2 , da luz projetada no anteparo, em $t = 9 \text{ s}$. Neste caso, considere que todas as dimensões do prisma são muito pequenas em relação à distância para o anteparo, ou seja, o ângulo de abertura é θ ao longo de todo o cone de saída, a partir de F .

Dados:

- o meio externo é o ar: $n_1 = 1$;
- $\overline{OF} = \overline{FA} = 5(1 + 2\sqrt{2}) \text{ cm}$; e
- a separação horizontal entre o foco F da lente e o anteparo, no ponto T , é $\overline{FT} = 10 \text{ m}$.

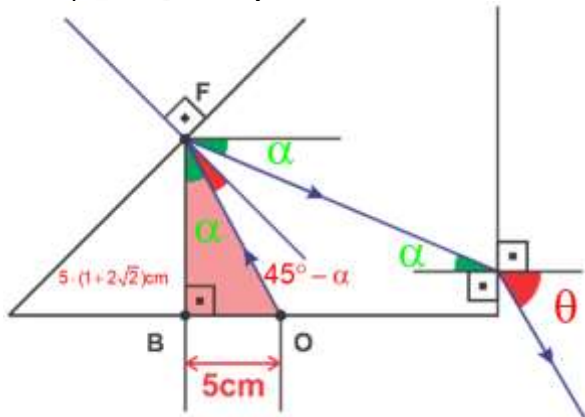
Observação:

- a linha \overline{FP} , prolongamento de \overline{FA} , é o eixo do cone;
- o ângulo θ é o ângulo entre o eixo e qualquer geratriz do cone de luz de saída do prisma; e
- desconsidere qualquer perda da intensidade luminosa ao longo de todo o percurso até o anteparo.

Resolução:

a)

Acompanhemos a trajetória de um dos raios vindos da lanterna em seu percurso através do prisma. Confira:



Foi mencionado no texto do problema que o ângulo de incidência na **face-hipotenusa** é o **ângulo crítico** para o fenômeno de **reflexão total**.

Portanto:

$$n_{\text{ar}} \cdot \text{sen}90^\circ = n \cdot \text{sen}(45^\circ - \alpha) =$$

$$1 \cdot 1 = n \cdot [\text{sen}45^\circ \cdot \text{cos} \alpha - \text{cos} 45^\circ \cdot \text{sen} \alpha] =$$

$$1 = \frac{n}{\sqrt{2}} (\text{cos} \alpha - \text{sen} \alpha)$$

Pelo triângulo destacado na figura anterior temos:

$$\text{sen} \alpha = \frac{5}{OF} \quad \text{cos} \alpha = \frac{5(1+2\sqrt{2})}{OF}$$

Assim,

$$1 = \frac{n}{\sqrt{2}} \left(\frac{5 \cdot (1+2\sqrt{2})}{OF} - \frac{5}{OF} \right) \Rightarrow$$

$$\sqrt{2} = n \cdot \left(\frac{10\sqrt{2}}{OF} \right) \Rightarrow$$

$$n = \frac{OF}{10}$$

Usando a **Lei de Snell** na face-cateto plana vertical, vem:

$$n \cdot \text{sen} \alpha = 1 \cdot \text{sen} \theta \Rightarrow$$

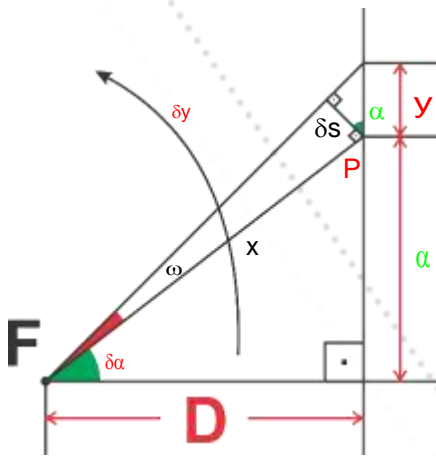
$$\frac{OF}{10} \cdot \frac{5}{OF} = \text{sen} \theta \Rightarrow$$

$$\text{sen} \theta = \frac{1}{2}$$

E com isso, o ângulo do cone formado na saída do prisma será dado por:

$$\theta = 30^\circ$$

b)
Confira a figura a seguir:



Ela representa o movimento do **eixo do cone** em torno do ponto **(F)** num movimento circular de velocidade angular **(ω) constante**.

Para determinarmos a velocidade linear do ponto **(P)** ao longo do anteparo precisamos recorrer às relações geométricas a seguir onde o ângulo ($\delta\alpha$) é considerado **muito pequeno**.

Temos

$$\cos\theta = \frac{\delta s}{\delta y}, \quad \cos\theta = \frac{D}{x} \quad \text{e} \quad \delta s = x \cdot \delta\alpha$$

Com isso:

$$\delta y = \frac{1}{\cos\theta} \cdot \delta s = \frac{1}{\cos\theta} \cdot x \cdot \delta\alpha \Rightarrow$$

$$\delta y = \frac{1}{\cos\theta} \cdot \frac{D}{\cos\theta} \delta\alpha \Rightarrow \delta y = \frac{D}{\cos^2\theta} \delta\alpha$$

Tomando um intervalo de tempo (δt) **tendendo a zero**, vem:

$$\frac{\delta y}{\delta t} = D \cdot \sec^2\theta \left(\frac{\delta\alpha}{\delta t} \right)$$

Ou seja:

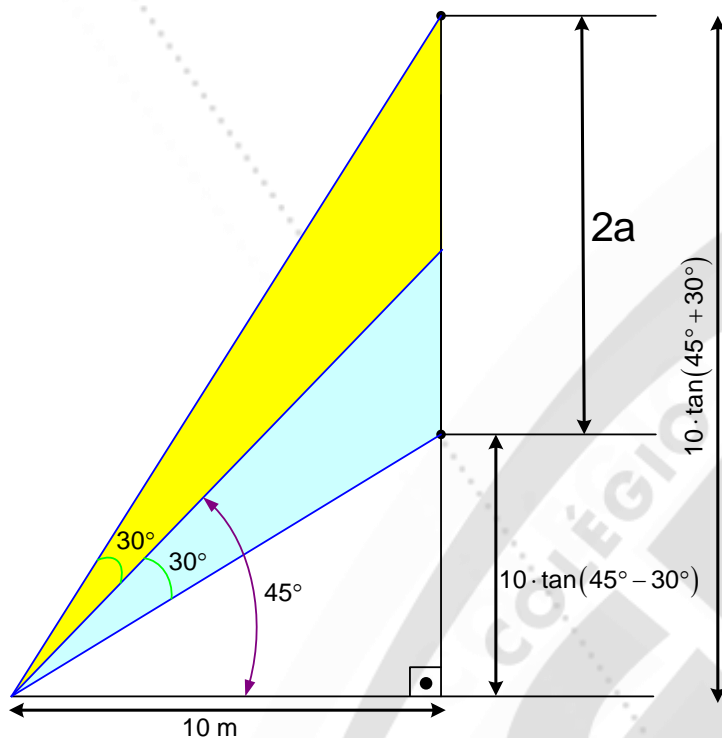
$$v_{(t)} = D \cdot \sec^2(\omega t) \cdot \omega$$

Ou então:

$$v_{(t)} = 10 \sec^2\left(\frac{\pi}{36}t\right) \cdot \frac{\pi}{36} \Rightarrow$$

$$v_{(t)} = \frac{5\pi}{18} \sec^2\left(\frac{\pi}{36}t\right)$$

c)
Em $t = 9\text{s}$ a posição do cone luminoso é representada a seguir.



Vemos que o ângulo $\alpha = 45^\circ$. Pois:

$$\alpha = \omega t \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{36} \cdot 9 = \frac{\pi}{4}$$

$$\boxed{\alpha = 45^\circ}$$

Por semelhança de triângulo, vem:

$$2a = 10 \tan(45^\circ + 30^\circ) - 10 \tan(45^\circ - 30^\circ)$$

$$2a = 10 \cdot \tan 75^\circ - 10 \cdot \tan 15^\circ$$

$$a = 5 \left[(2 + \sqrt{3}) - (2 - \sqrt{3}) \right]$$

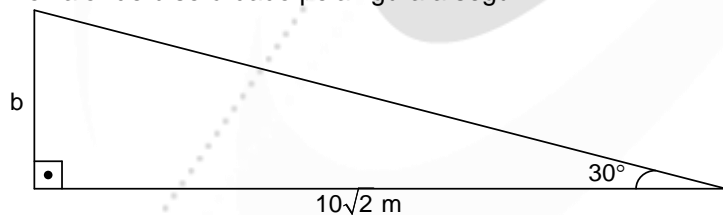
$$a = 5 \cdot 2\sqrt{3} = \boxed{10\sqrt{3} \text{ m}}$$

A figura luminosa projetada no anteparo é uma **Elipse!!!**

Os valores de seus **semi-eixos** serão:

$$a = 10\sqrt{3} \text{ m}$$

E o valor de b será dado pela figura a seguir:



$$\tan 30^\circ = \frac{b}{10\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow$$

$$\boxed{b = \frac{10\sqrt{6}}{3}}$$

A densidade de potência da luz projetada no anteparo em $t = 9s$, será dada por:

$$I = \frac{Pot}{A} = \frac{Pot}{\pi ab} = \frac{\pi\sqrt{3}}{\pi(10\sqrt{3}) \cdot \left(\frac{10\sqrt{6}}{3}\right)} \Rightarrow$$

$$I = \frac{\sqrt{6}}{200} \cdot \frac{W}{m^2}$$

02.

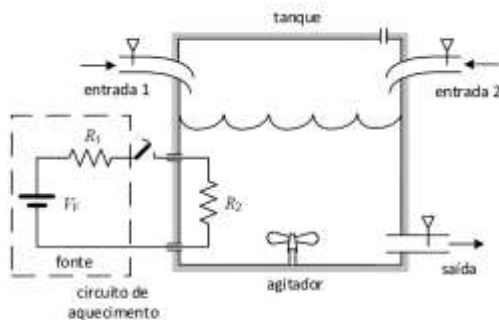


Figura 1

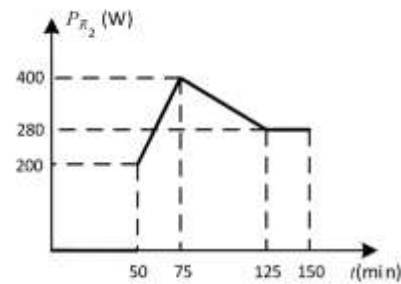


Figura 2

A Figura 1 ilustra um tanque industrial contendo duas entradas e uma saída, além de um circuito de aquecimento. A temperatura do líquido no interior do tanque deve ser controlada, a fim de alimentar o processo industrial conectado na saída do tanque. O agitador mistura continuamente os líquidos que chegam pelas entradas, de maneira que o volume total de líquido dentro do tanque esteja sempre numa única temperatura. A perda térmica do tanque pode ser desprezada.

Considere o tanque inicialmente vazio, com a válvula de saída fechada e o sistema de aquecimento desligado. Em $t = 0$ a válvula da entrada 1 é aberta com uma vazão de água de 1 L/min à temperatura de 10 °C e a válvula da entrada 2 com uma vazão de água de 0,25 L/min à temperatura de 30 °C. Nessas condições, determine:

- a temperatura da água no interior do tanque em $t = 50$ min;
- a temperatura da água no interior do tanque em $t = 150$ min, se o circuito de aquecimento é ligado em $t = 50$ min e a potência dissipada na resistência R_2 , P_{R_2} , varia de acordo com o gráfico da Figura 2; e
- a tensão V_F que deverá ser ajustada na fonte para manter a temperatura da água na saída em 22 °C após um longo tempo de funcionamento do sistema ($t \gg 150$ min), sabendo que a válvula da entrada 2 foi fechada, o volume no interior do tanque encontra-se nessa mesma temperatura de 22 °C e a válvula de saída foi aberta com a mesma vazão da válvula da entrada 1.

Dados:

- $R_1 = 2 \Omega$;
- $R_2 = 10 \Omega$;
- 1 cal = 4,2 J;
- calor específico da água (c) = 1 cal/g °C; e
- densidade da água = 1 kg/L.

Resolução:

a)

Com o sistema de aquecimento desligado, o calor cedido pela água da entrada 2 é igual ao recebido pela da entrada 1:

Seja a temperatura de equilíbrio, temos:

$$z_1 c(T_{eq} - 10) = z_2 c(30 - T_{eq})$$

$$1 \cdot (T_{eq} - 10) = 0,25(30 - T_{eq})$$

$$T_{eq} - 10 = 7,5 - 0,25T_{eq}$$

$$\boxed{T_{eq} = 14^\circ\text{C}}$$

b) $\frac{dQ_{ext}}{dt} = \frac{dQ_1}{dt} + \frac{dQ_2}{dt} + \frac{dQ_t}{dt}$ (dQ_t é o pequeno calor que varia em dt a temperatura da mistura no tanque)

$$P_{R2} = \rho z_1 c(T - T_1) + \rho z_2 c(T - T_2) + \rho(z_1 + z_2)t \cdot c \frac{dT}{dt}$$

$$P_{R2} = \rho z_1 cT - \rho z_1 cT_1 + \rho z_2 cT - \rho z_2 cT_2 + \rho(z_1 + z_2)t c \frac{dT}{dt}$$

$$\frac{P_{R2}}{\rho c} = (z_1 + z_2)T - (z_1 T_1 + z_2 T_2) + (z_1 + z_2)t \frac{dT}{dt}$$

$$\frac{P_{R2}}{\rho c} = (z_1 + z_2) \left[T + t \frac{dT}{dt} \right] - (z_1 T_1 + z_2 T_2)$$

$$\frac{P_{R2}}{\rho c} = (z_1 + z_2) \frac{d(Tt)}{dt} - z_1 T_1 - z_2 T_2$$

$$\boxed{(z_1 + z_2)T \cdot t = \int_0^t \frac{P_{R2}(t)}{\rho c} dt + (z_1 T_1 + z_2 T_2)t} \quad (I)$$

$$\boxed{\rho z_1 c(T - T_1)t + \rho z_2 c(T - T_2)t = Q_{ext}} \quad (II) \quad Q_{ext} \text{ é a área sob a curva } P_{R2} \times t, \text{ em } W \cdot \text{min}$$

- Note que poderíamos chegar em (II) com a seguinte interpretação:

A potência de R_2 serve para levar a temperatura de entrada até a de equilíbrio cada massa de água, de forma que ambas estariam em equilíbrio térmico no instante t .

Enfim, voltando a (I), para $t=150$ min

$$1,25 \cdot T \cdot 150 = \frac{\left(\frac{200 + 400}{2} \cdot 25 + \frac{400 + 280}{2} \cdot 50 + 280 \cdot 25 \right) \cdot 60}{1 \cdot 4200} + (1 \cdot 10 + 0,25 \cdot 30) \cdot 150;$$

Onde fizemos: $1 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$ e $1W \cdot \text{min} = 60J$

Daí

$$150 \cdot 1,25T = \frac{7500 + 17000 + 7000}{4200} \cdot 60 + 17,5 \cdot 150$$

$$150 \cdot 1,25T = \frac{315}{42} \cdot 60 + 175 \cdot 15$$

$$12,5T = \frac{21}{42} \cdot 60 + 175$$

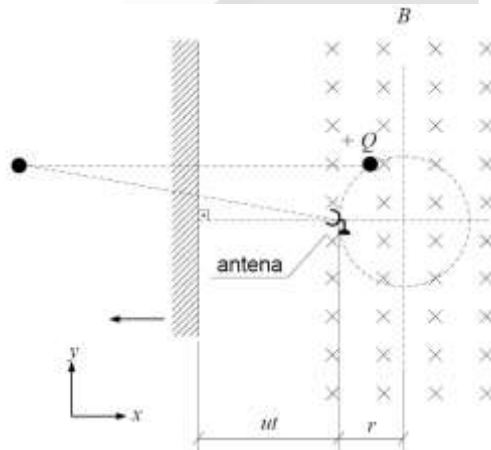
$$12,5T = 205 \Rightarrow T = \frac{410}{25} \rightarrow \boxed{T = 16,4^\circ\text{C}}$$

c) Agora, a massa dentro do tanque é constante, e a potência de R_2 é utilizada para aquecer a massa que vem da

entrada 1 até 22°C . Logo, $P_{R_2} = \rho z_1 c (22 + T_1) \Rightarrow P_{R_2} = 1 \cdot 4200 \cdot 12 \frac{\text{J}}{\text{min}}$

Então, $P_{R_2} = 840\text{W}$. Mas, $P_{R_2} = \frac{R_2 V_f^2}{(R_1 + R_2)^2} \Rightarrow 840 = \frac{10 V_f^2}{144} \Rightarrow \boxed{V_f = 24\sqrt{21} \text{ Volts}}$

03.



Uma partícula carregada efetua um movimento circular na região onde há um campo magnético, conforme mostra a figura. Durante todo o movimento, uma antena situada no ponto mais à esquerda da trajetória acompanha rigorosamente a imagem da partícula refletida em um espelho plano, que se desloca para a esquerda em velocidade constante, conforme mostra a figura. Em função do tempo t e dos dados da questão, determine:

- as componentes x e y da posição da imagem da partícula em relação à antena;
- as componentes x e y da velocidade da imagem da partícula; e
- a velocidade angular da antena, a partir dos resultados obtidos nos itens anteriores.

Considerações:

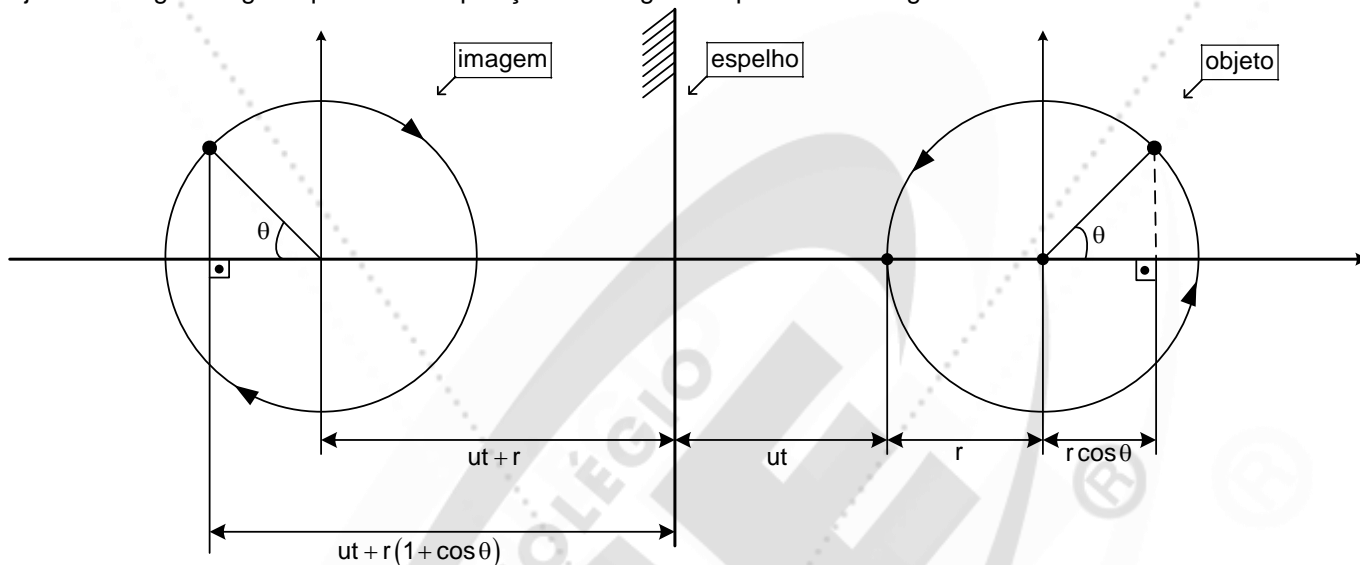
- no instante $t = 0$, a partícula está no ponto mais à direita da trajetória;
- no instante $t = 0$, o espelho parte da posição onde está situada a antena; e
- despreze o efeito gravitacional.

Dados:

- carga da partícula: $+Q$;
- massa da partícula: m ;
- módulo da velocidade do espelho: u ;
- módulo da densidade de campo magnético da região: B ; e
- raio da trajetória: r .

Resolução:

a) Vejamos a seguir a figura que retrata a posição da imagem da partícula carregada num instante $t > 0$.



Desse modo vemos que a **posição da imagem em relação ao ponto (O)** será dada por:

$$x = -2ut - r[1 + \cos(\omega t)]$$

$$y = -r \sin(\omega t)$$

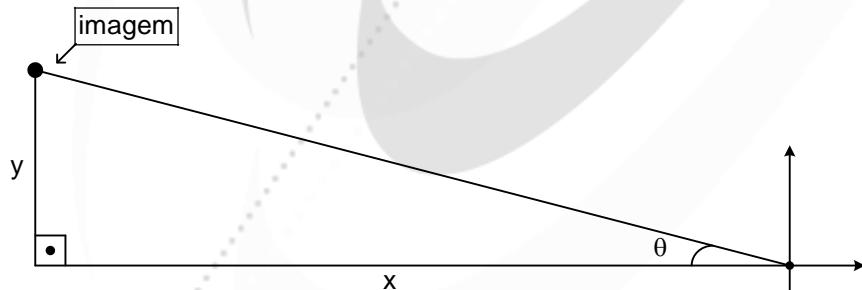
Onde $\omega = \frac{qB}{m}$

b) Derivando as equações acima, vem:

$$\frac{dx}{dt} = v_x = -2u + r\omega \sin(\omega t)$$

$$\frac{dy}{dt} = v_y = r\omega \cos(\omega t)$$

c) Para o cálculo da **velocidade angular** associada ao movimento da antena precisamos do auxílio da figura a seguir.



Temos **(x)** e **(y)** calculados no item **(a)**. vemos que:

$$y = x \cdot \tan \theta \Rightarrow \tan \theta = \frac{y}{x}$$

Derivando essa relação em relação ao tempo, encontraremos a velocidade angular da antena. Então:

$$\frac{d}{dt}[\tan\theta] = \frac{d}{dt}\left[\frac{y}{x}\right] = \sec^2\theta \left(\frac{d}{dt}\right) = \frac{\frac{dy}{dt} \cdot x - \frac{dx}{dt} \cdot y}{x^2}$$

Usando

$\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$, vem:

$$(1 + \tan^2\theta) \cdot \left(\frac{d\theta}{dt}\right) = \frac{v_y \cdot x - v_x \cdot y}{x^2} \Rightarrow$$

$$\left(1 + \frac{y^2}{x^2}\right) \cdot \left(\frac{d\theta}{dt}\right) = \frac{v_y \cdot x - v_x \cdot y}{x^2} \Rightarrow$$

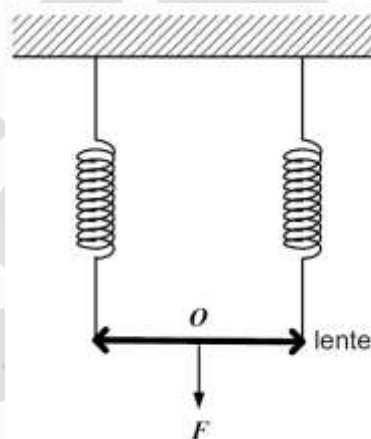
$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_A = \frac{xv_y - yv_x}{x^2 + y^2} \Rightarrow$$

$$\omega_A = \frac{-[2ut + r[1 + \cos(\omega t)] \cdot [\omega r \cos(\omega t)] - [r \sin(\omega t)] \cdot [-2u + r\omega \cdot \sin(\omega t)]]}{[2ut + r[1 + \cos(\omega t)]]^2 + r^2 \sin^2(\omega t)}$$

Sendo:

$$\omega = \frac{QB}{m}$$

04.



Como mostra a figura, uma lente convergente, que está pendurada no teto por duas molas ideais de constante elástica k , é submetida a uma força vertical F para baixo. Determine:

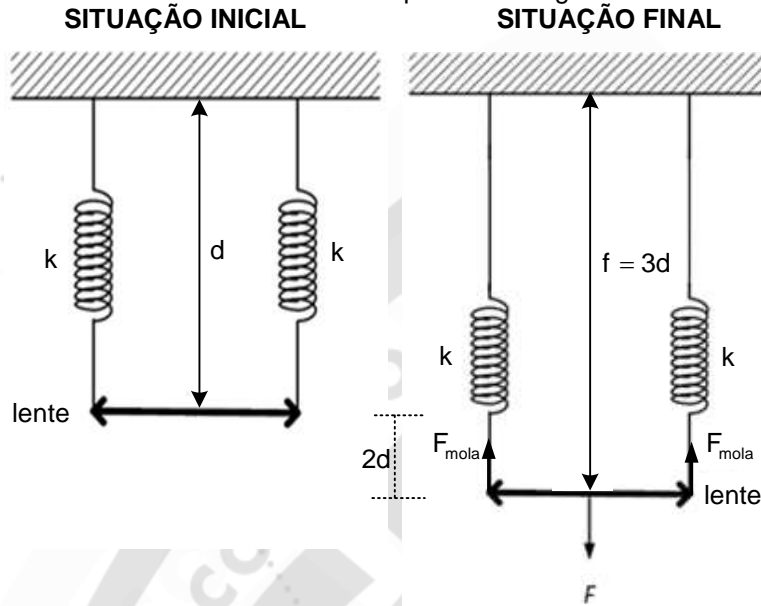
- para que valores de F a lente produz uma imagem real de uma figura colada no teto; e
- o valor de F para o qual a imagem real tem o dobro do tamanho da figura colada no teto.

Dados:

- distância entre o centro óptico da lente e o teto para $F = 0$: d ; e
- distância focal da lente: $f = 3d$

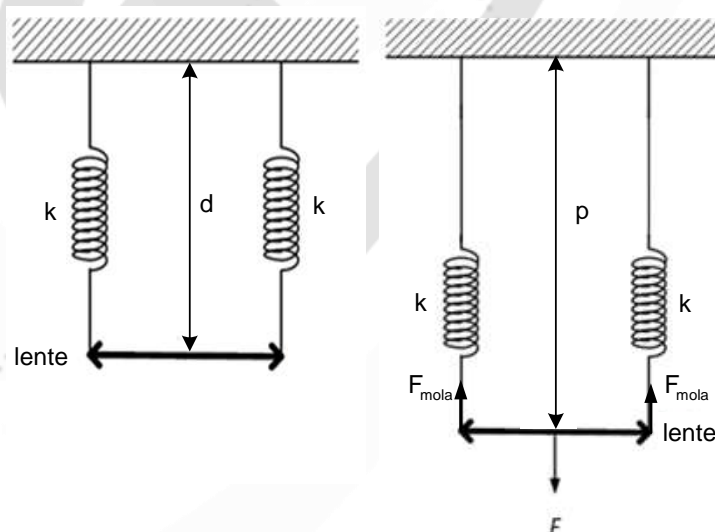
Resolução:

a) Para que uma lente convergente produza uma imagem real de um objeto real, é necessário que o objeto (figura colada no teto) se situe a uma distância de seu centro ótico pelo menos igual à sua distância focal.



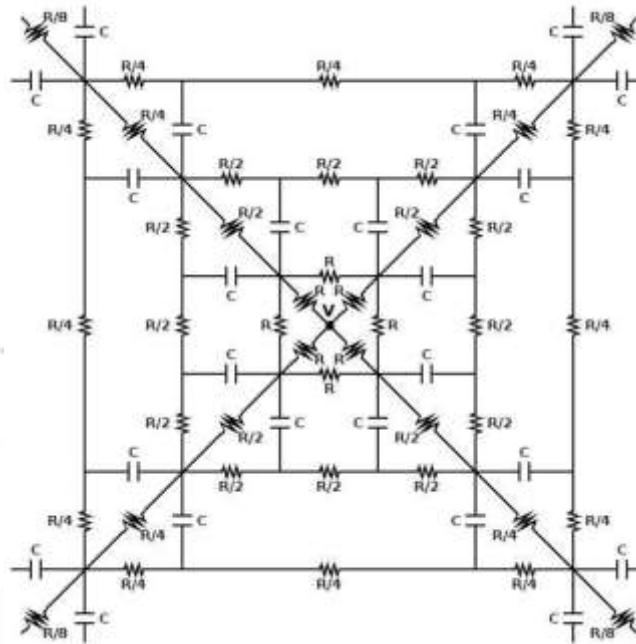
Cada mola deve deformar-se, pelo menos, de uma distância $2d$, e assim, cada mola estará submetida a uma força $F_{\text{mola}} = 2 \cdot k \cdot d$. Logo, a força mínima F deve ser igual a: $F = 4 \cdot k \cdot d$.

b) Considerando-se o referencial de Gauss, para que a lente produza uma imagem real, invertida e duas vezes maior que o objeto, têm-se que $A = -2 = \frac{f}{f-p} \therefore p = 1,5 \cdot f = 4,5 \cdot d$.



Dessa forma, cada mola se distende de $3,5 \cdot d$ e, portanto, a força exercida por cada mola sobre a lente vale $F_{\text{mola}} = 3,5 \cdot k \cdot d$. Logo, a força F é tal que $F = 2 \cdot F_{\text{mola}} = 7 \cdot k \cdot d$.

05.

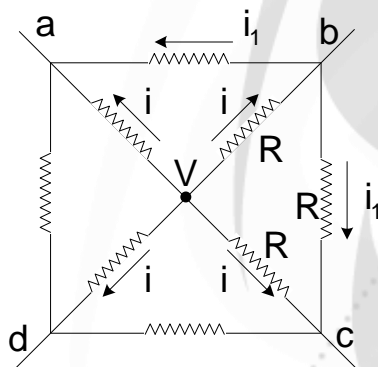


O circuito da figura acima possui potencial $V > 0$ em seu nó central. Esse circuito estende-se em direção ao infinito, com suas resistências sendo reduzidas à metade, gradativamente, e as capacitâncias todas iguais a C . Enquanto isso, o potencial vai se reduzindo também em direção ao infinito até atingir o valor nulo. Considerando um tempo infinito de funcionamento do circuito, determine a energia total armazenada nos capacitores.

Resolução:

Primeiramente notemos a simetria cilíndrica apresentada pelo circuito em torno do ponto central ao qual se atribui o potencial (V).

Confira o esquema a seguir:



Como consequência da simetria **todas as correntes radiais devem ser iguais!**

Aplicando a **Lei das Malhas** ao circuito $vbcv$, temos:

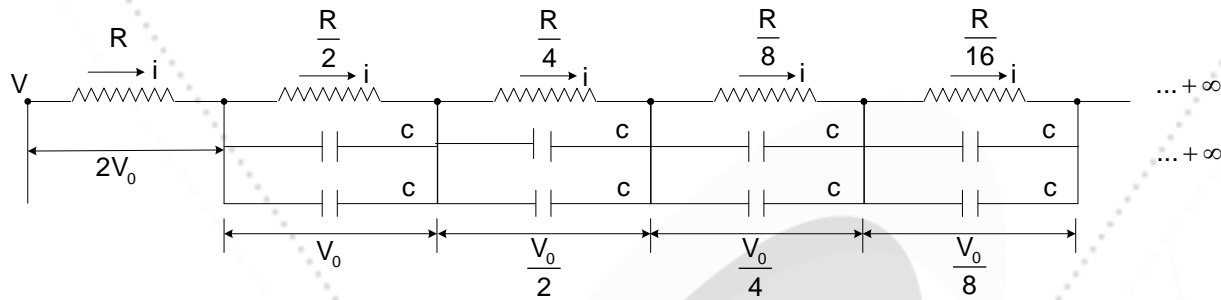
$$+Ri + Ri_1 - Ri = 0$$

$$\Rightarrow R \cdot i_1 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{i_1 = 0}$$

Esse resultado pode ser generalizado e por isso, **todas as correntes que NÃO SÃO RADIAIS** devem ser **NULAS!**

Por isso o circuito, na verdade, é composto por **quatro linhas radiais** do tipo reproduzido a seguir:



Desse modo:

$$V = 2V_0 + V_0 + \frac{V_0}{2} + \frac{V_0}{4} + \dots = 2V_0 + \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{V_0}{2^k} = 2V_0 + \frac{1 \cdot V_0}{1 - \frac{1}{2}} = 2V_0 + \frac{V_0}{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow 4V_0 = V \Rightarrow \boxed{V_0 = \frac{V}{4}}$$

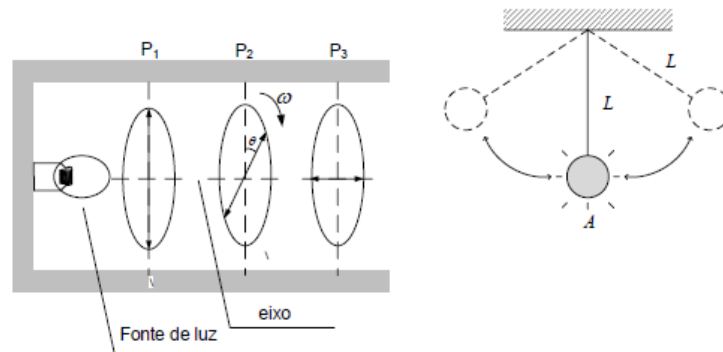
A energia armazenada **em todos capacitores** será dada por:

$$E_{\text{total}} = 4 \cdot \left[\frac{1}{2} 2CV_0^2 + \frac{1}{2} 2C \frac{V_0^2}{4} + \frac{1}{2} 2C \frac{V_0^2}{16} + \dots \right] \Rightarrow$$

$$E_{\text{total}} = 4CV_0^2 \cdot \left[1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \dots \right] = 4CV_0^2 \cdot \left[\frac{1}{1 - \frac{1}{4}} \right] \Rightarrow$$

$$E_{\text{total}} = \frac{16}{3} CV_0^2 \Rightarrow \boxed{E_{\text{total}} = \frac{1}{3} CV^2}$$

06.



Um estroboscópio foi montado utilizando-se uma fonte de luz branca e três polarizadores, conforme mostra a figura. Os polarizadores P_1 e P_3 estão com seus planos de polarização ortogonais e o polarizador P_2 gira com frequência angular constante ω , em torno do eixo, e no sentido, conforme indicados na figura. Em um ambiente completamente escuro, a luz estroboscópica ilumina a massa de um pêndulo simples sempre que ela passa no ponto A, indicado na figura, dando a impressão de que a massa está parada na posição inferior do pêndulo. Sabendo que a aceleração da gravidade é g , determine:

- a intensidade da luz estroboscópica em função do ângulo θ , entre os planos de polarização de P_1 e P_2 ;
- o comprimento L do pêndulo.

Dado:

- intensidade máxima da luz estroboscópica iluminando o pêndulo, se os três polarizadores estivessem alinhados: I_0 .

Observação:

- estroboscópio: instrumento usado para iluminar, de maneira intermitente, um objeto; e
- considere que a visão humana só é capaz de perceber a intensidade luminosa quando ela é máxima.

Resolução:

a) Com os três polarizadores alinhados, a intensidade final observada é máxima e vale I_0 . Já que a luz emitida pelo estroboscópio é branca, pode-se considerar que a luz é não polarizada. Sendo I_B a intensidade da luz emitida pelo estroboscópio, após cruzar o primeiro polarizador, a intensidade cairá para $I_1 = \frac{I_B}{2}$ e assim seguirá até cruzar o último dos polarizadores. Portanto, tal que $I_0 = \frac{I_B}{2}$.

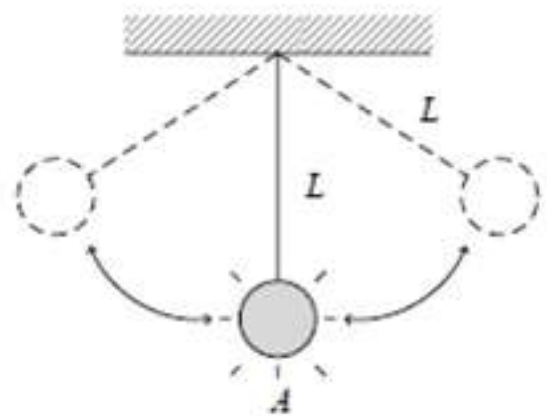
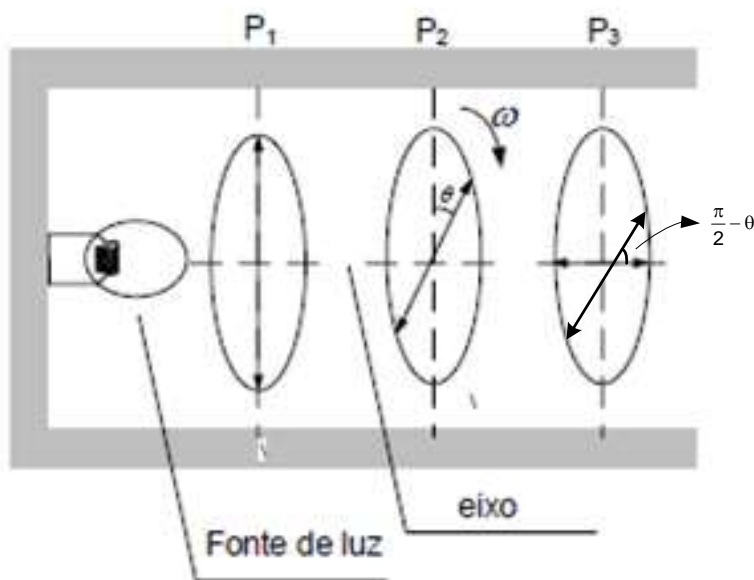
Quando a direção de polarização do segundo polarizador formar um ângulo θ com a luz linearmente polarizada proveniente do primeiro polarizador, cuja intensidade vale $I_1 = \frac{I_B}{2}$, a Lei de Mallus fornece, para a intensidade da luz, após cruzar o segundo polarizador, que: $I_2 = \frac{I_B}{2} \cdot \cos^2 \theta$. A nova direção entre a luz polarizada proveniente do polarizador 2 e a direção de polarização do polarizador 3 passa a valer $\frac{\pi}{2} - \theta$. Consequentemente, a intensidade final dada pela Lei de Mallus é $I_3 = \frac{I_B}{2} \cdot \cos^2 \theta \cdot \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)$.

Por fim, a expressão para I_3 pode ser simplificada para

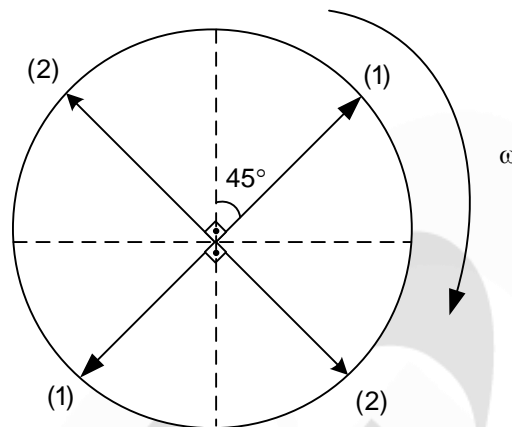
$$I_3 = \frac{I_0}{4} \cdot \text{sen}^2 2\theta$$

ou

$$I_3 = I_0 \cdot \cos^2 \theta \cdot \text{sen}^2 \theta$$



b) Uma vez que o ser humano apenas enxerga a luz estroboscópica em sua intensidade máxima, da expressão $I_3 = \frac{I_0}{4} \cdot \text{sen}^2 2\theta$, segue que $\theta = 45^\circ$. Por isso, a velocidade angular do polarizador 2 para que o fenômeno seja observado como descrito, é de tal sorte que o plano de polarização da luz gira de 90° a cada passagem do pêndulo simples por sua posição mais baixa, a posição A.

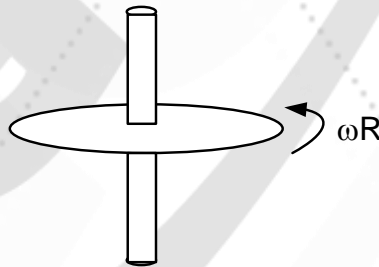


Nesse sentido, este intervalo Δt corresponde a um quarto do período de giro: $\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2\omega}$. Por sua vez, o intervalo de tempo entre duas passagens consecutivas do pêndulo simples pela posição mais baixa corresponde à metade de seu período simples: $\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$. Logo, $\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = \frac{\pi}{2\omega} \therefore \boxed{L = \frac{g}{4\omega^2}}$.

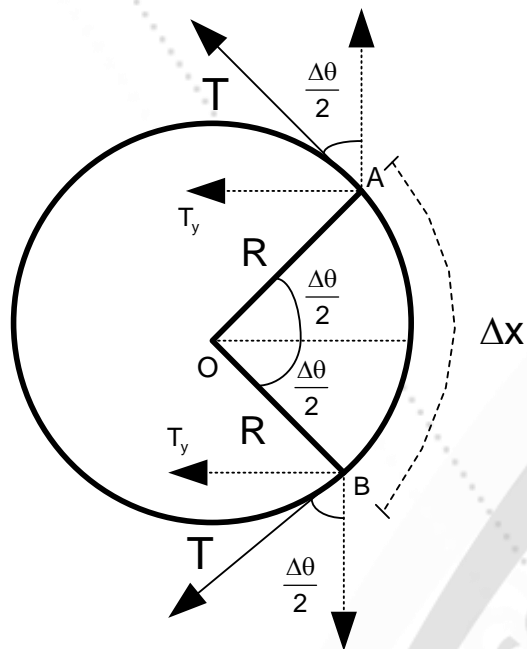
07. Considere uma corda de densidade linear constante μ e comprimento $2\pi R$. A corda tem as suas extremidades unidas e é posta a girar no espaço em velocidade angular ω . Após um leve toque em um ponto da corda, um pulso ondulatório passa a percorrê-la. Calcule as possíveis velocidades do pulso para um observador que vê a corda girar.

Resolução:

Em virtude do movimento circular e uniforme de velocidade angular ω , em torno de um eixo vertical, um observador parado na Terra percebe a corda girando com velocidade linear $V = \omega R$.



Tomando-se um arco AB de comprimento $\Delta x \ll 2\pi R$, considere que a tração no fio está na direção tangencial ao arco mostrado abaixo. A massa contida no arco AB , $\Delta m = \mu \cdot \Delta x$, está submetida à uma resultante centrípeta, tal que $2T_y = F_{cp}$.



Mas $T_y = T \cdot \sin\left(\frac{\Delta\theta}{2}\right)$ e, como o arco AB , é muito pequeno, pode-se assumir a aproximação $\sin\left(\frac{\Delta\theta}{2}\right) \cong \frac{\Delta\theta}{2}$, com $\frac{\Delta\theta}{2}$ em radianos. Portanto, $T_y = T \cdot \frac{\Delta\theta}{2}$.

Por sua vez, $F_{cp} = \Delta m \cdot \omega^2 \cdot R$. Assim, vem que:

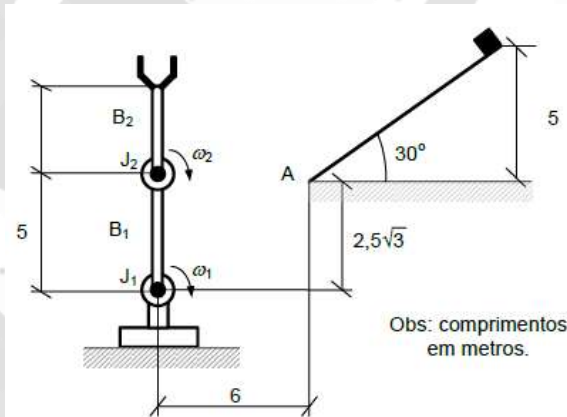
$2 \cdot T \cdot \frac{\Delta\theta}{2} = \Delta m \cdot \omega^2 \cdot R$ e, simplificando, a relação, tem-se que

$T = \frac{\Delta m}{\Delta\theta} \cdot \omega^2 \cdot R = \mu \cdot \omega^2 \cdot R \cdot \frac{\Delta x}{\Delta\theta}$. Da geometria plana vem que $\Delta x = \Delta\theta \cdot R$ e, com isso, a velocidade de propagação do pulso em relação a corda vale $V = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \omega \cdot R$.

Assim, para um observador na Terra a velocidade de propagação do pulso é dada pela composição de velocidades entre o pulso e a corda e entre a corda e a Terra, de onde se tem que:

$$V_{res} = 2 \cdot \omega \cdot R \text{ ou } V_{res} = 0$$

08.



A figura acima mostra um braço robótico, com duas juntas (J_1 e J_2) e dois braços (B_1 e B_2), que é usado para pegar um bloco que é liberado do alto de uma rampa sem atrito, a partir do repouso.

No instante em que o bloco é liberado, a junta J_1 é acionada com velocidade angular constante $\omega_1 = \frac{\pi}{12}$ rad/s e a junta J_2 é acionada com velocidade angular ω_2 .

Diante do exposto:

- determine o comprimento do braço B_2 para que a garra do manipulador alcance o bloco no exato instante em que ele atinge o ponto A ;
- determine a velocidade angular ω_2 , em rad/s, em que a junta J_2 deverá ser acionada para que a garra do manipulador chegue no ponto A no mesmo instante do bloco; e
- faça um esboço da configuração final do manipulador, mostrando todas as cotas, no momento em que a garra do manipulador pega o bloco.

Dado:

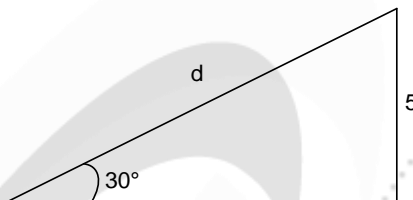
- aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Resolução:

a)

Calculando tempo de queda:

$$d = \frac{g \text{sen} 30^\circ}{2} t_q^2 \quad (\text{MRUV de aceleração } g \text{sen} 30^\circ)$$



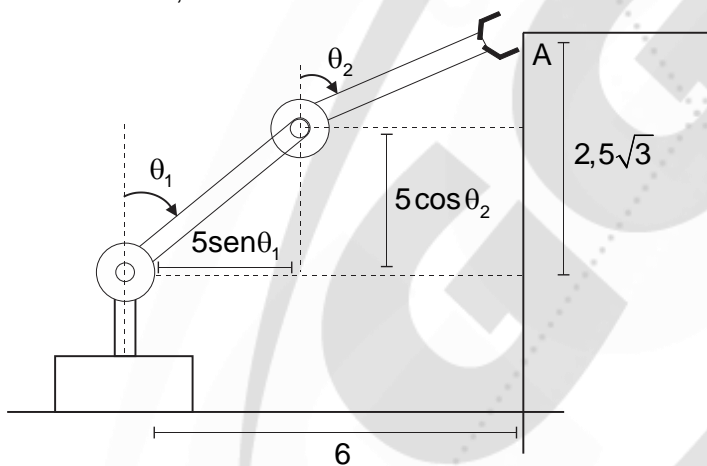
Mas,

$$d = \frac{5}{\text{sen} 30^\circ}$$

Então,

$$10 = \frac{5}{2} t_q^2 \Rightarrow t_q = 2 \text{ s}$$

Nesse instante,



Seja b_2 o comprimento de B_2 , temos:

$$b_2^2 = (2,5\sqrt{3} - 5 \cos \theta_1)^2 + (6 - 5 \text{sen} \theta_1)^2$$

Mas,

$$\theta_1 = \omega_1 \cdot t_q \Rightarrow \theta_1 = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

Logo,

$$b_2^2 = \left(2,5\sqrt{3} - \frac{5\sqrt{3}}{2} \right)^2 + \left(6 - \frac{5}{2} \right)^2 \quad (I)$$

$$b_2^2 = \frac{49}{4} \Rightarrow b_2 = 3,5 \text{ m}$$

b)

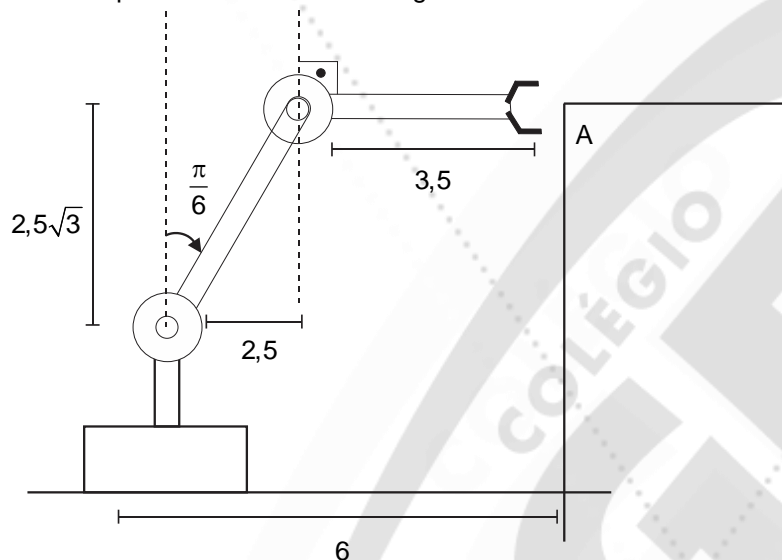
Em (I), nota-se que a “componente vertical” do braço B_2 é nula. Logo, $\theta_2 = \frac{\pi}{2}$.

Mas,

$$\theta_2 = \omega_2 \cdot t_q \Rightarrow \omega_2 = \frac{\pi}{4} \text{ rad/s}$$

c)

Com comprimento em metros e ângulos em radianos:



09. Alguns animais têm mecanismos de defesa muito curiosos. Os besouros-bombardeiros, por exemplo, são insetos que disparam jatos de uma substância superquente pelos seus traseiros quando se sentem ameaçados. Seus corpos são equipados com duas glândulas nas extremidades de seus abdomens e essas estruturas contêm diferentes substâncias químicas. Quando os insetos são provocados, essas substâncias são combinadas em uma câmara de reação e são produzidas explosões na forma de um intenso jato – aquecido de 20°C para 100°C pelo calor da reação – para afugentar suas presas. A pressão elevada permite que o composto seja lançado para fora com velocidade de 240 cm/s . Uma formiga se aproxima do besouro, pela retaguarda deste e em linha reta, a uma velocidade média de $0,20\text{ cm/s}$ e o besouro permanece parado com seu traseiro a uma distância de 1 mm do chão. Quando presente o inimigo, o besouro lança o jato em direção à formiga.

Determine:

- o calor latente da reação das substâncias, em J/kg ;
- o rendimento da máquina térmica, representada pelo besouro;
- a distância mínima, em cm , entre os insetos, para que o jato do besouro atinja a formiga; e
- a velocidade, em cm/s , que a formiga adquire ao ser atingida pelo jato do besouro (assumindo que todo o líquido fique impregnado na formiga).

Dados:

- calores específicos das substâncias e do líquido borrifado: $c = 4,19 \times 10^3\text{ J/kg}\cdot\text{K}$;
- massa da formiga: $m_{\text{formiga}} = 6,0\text{ mg}$;
- massa do besouro: $m_{\text{besouro}} = 290\text{ mg}$;
- massa do jato: $m_{\text{jato}} = 0,30\text{ mg}$;
- velocidade média da formiga: $V_{\text{formiga}} = 0,20\text{ cm/s}$; e
- aceleração da gravidade: $g = 10\text{ m/s}^2$.

Resolução:

a) Seja L o calor latente da reação, em $\frac{J}{kg}$. Já que o calor da reação aquece o jato, temos:

$$m_{\text{jato}} \cdot L = m_{\text{jato}} \cdot C \cdot \Delta T; \quad \Delta T = (100^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}) = 80^\circ\text{C}$$

$$L = 4,19 \cdot 10^3 \cdot 80 \frac{J}{kg} \quad (\text{Nota: } \Delta T \text{ em K} = \Delta T \text{ em } ^\circ\text{C})$$

$$\boxed{L = 335200 \frac{J}{kg}}$$

b) O trabalho da máquina térmica será igual à variação da energia cinética do jato, de $V_0 = 0$ a $V_f = 240\text{cm/s} = 2,4\text{m/s}$

Assim:

$$W = m_{\text{jato}} \left(\frac{V_f^2 - V_0^2}{2} \right)$$

$$W = 0,3 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{2,4^2}{2} \rightarrow W = 8,64 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

O calor foi

$$Q = m_{\text{jato}} L \Rightarrow Q = 0,3 \cdot 10^{-3} \cdot 335200 \Rightarrow Q = 100,56 \text{ J}$$

$$\text{Daí, } \eta = \frac{W}{Q} \Rightarrow \boxed{\eta = 0,00086\%}$$

c) No referencial da formiga, o jato percorre um lançamento horizontal de velocidade $v = 240,2\text{cm/s} = 2,402\text{m/s}$. O alcance desse lançamento será, então, a distância mínima entre os insetos.

Assim,

$$A = v \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow A = 2,402 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-3}}{10}}$$

$$A = 2,402 \sqrt{2} \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\boxed{A = 3,39 \text{ cm}}$$

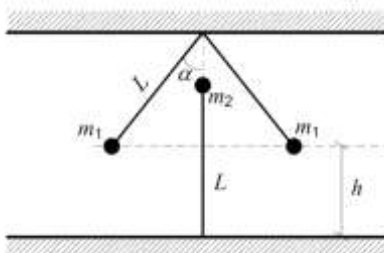
d) Conservando a quantidade de movimento na horizontal, considerando velocidades para a direita como positivas, temos:

$$m_{\text{jato}} \cdot 240 - m_{\text{formiga}} \cdot 0,2 = (m_{\text{jato}} + m_{\text{formiga}}) \cdot v$$

$$0,3 \cdot 240 - 6 \cdot 0,2 = 6,3v$$

$$\boxed{v = 1,17 \text{ cm/s}}$$

10.

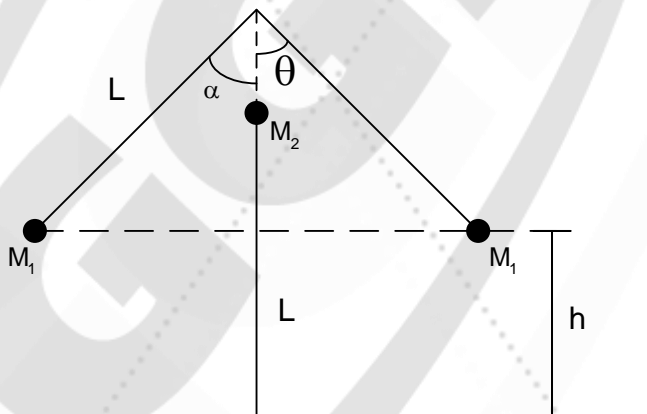


A figura acima mostra um sistema em equilíbrio composto por três corpos presos por tirantes de comprimento L cada, carregados com cargas iguais a Q . Os corpos possuem massas m_1 e m_2 , conforme indicados na figura. Sabendo que o tirante conectado à massa m_2 não está tensionado, determine os valores de m_1 e m_2 em função de k e Q .

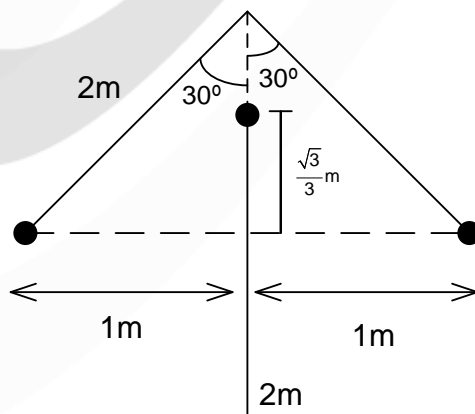
Dados:

- constante dielétrica do meio: $k [Nm^2/C^2]$;
- carga elétrica dos corpos: $Q [C]$;
- comprimento dos tirantes: $L = 2 \text{ m}$;
- altura: $h = (2 - \frac{\sqrt{3}}{3}) \text{ m}$;
- aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$; e
- $\alpha = 30^\circ$.

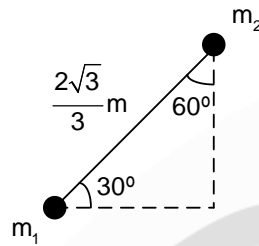
Resolução:



Semelhança de triângulos (Dois lados e ângulo aposto) $\theta = \alpha$. E, como $L - h = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ m}$ e $L \sin 30^\circ = 1 \text{ m}$, temos:



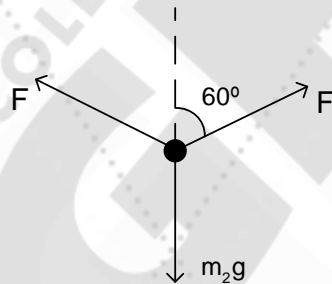
Então, temos um triângulo equilátero com as massas m_1 na base e com m_2 no centro:



A força elétrica de cada interação m_2 vale:

$$F = \frac{KQ^2}{\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}m\right)^2} \Rightarrow F = \frac{3}{4} KQ^2 \quad (\text{em Newtons})$$

Assim o diagrama de forças para m_2 fica:



Logo,

$$2F \cos 60^\circ = m_2 g$$

$$\frac{3}{2} KQ^2 \cdot \frac{1}{2} = m_2 \cdot 10 \Rightarrow m_2 = \frac{3KQ^2}{40} \text{ [kg]}$$